

Si au cours de l'épreuve un candidat repère ce qui lui semble être une erreur d'énoncé, il le signale sur sa copie et poursuit sa composition en indiquant les raisons des initiatives qu'il est amené à prendre.

La calculatrice est autorisée

Consignes à suivre :

- Soigner la rédaction. Numéroter les questions (inutile d'écrire les titres).
- Soigner la présentation : aérer la copie, encadrer ou souligner les résultats.
- Toute application numérique ne comportant pas d'unité ne sera pas prise en compte.
- Lire rapidement l'ensemble du sujet en début d'épreuve : les exercices sont indépendants et peuvent être traités dans l'ordre de votre choix.
- Pour un exercice donné, traiter et rendre les questions dans l'ordre.

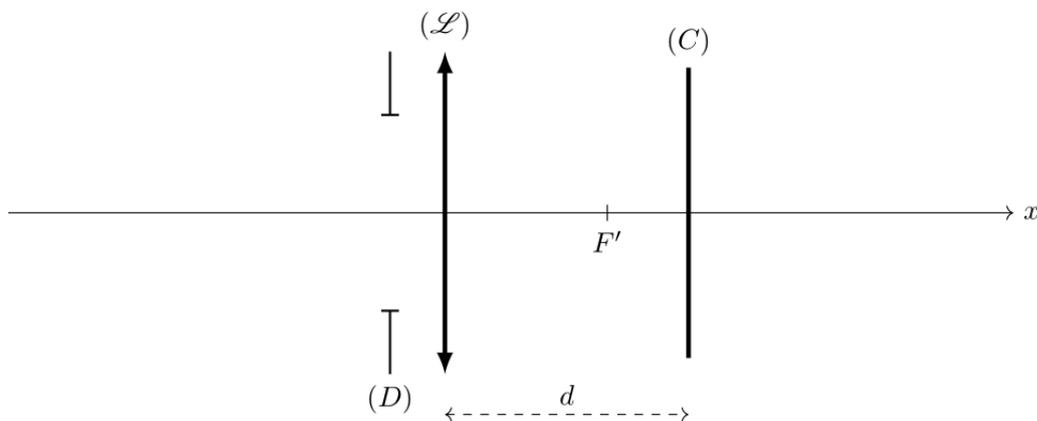
I - Une brève histoire de la photographie

La date conventionnelle de l'invention de la photographie a été fixée au 7 janvier 1839, date à laquelle Arago présenta à l'Académie des Sciences l'invention de Daguerre : le daguerréotype. Mais l'histoire de la photographie commence bien avant notamment avec la camera obscura (chambre noire) qui est utilisée dès le XVI^e siècle pour des travaux topographiques. Les historiens de l'art ont également montré qu'elle était utilisée par des peintres, comme Vermeer ou les frères Van Eyck.

Le fonctionnement de cet ancêtre de l'appareil photo repose sur les propriétés des lentilles

I.1 - Objet et image

On modélise un appareil photo par l'association d'une lentille mince (\mathcal{L}) de focale $f' = \overline{OF'}$ = 50 mm appelée « objectif », d'un capteur (C) sur lequel on souhaite récupérer l'image et d'un diaphragme (D) placé devant la lentille.



La distance d entre la lentille (\mathcal{L}) et le capteur (C) est réglable, grâce à un mécanisme lié à l'objectif ; elle est comprise entre $d_{min} = 50$ mm et $d_{max} = 55$ mm.

À l'aide de cet appareil, on souhaite former sur le capteur l'image d'un arbre de hauteur $h = 5,0$ m situé à une distance $L = 20$ m devant l'objectif.

On remarque que : $f' \ll L$. C'est une approximation qu'il est possible d'utiliser dans les parties I.1) et I.2).

1) La lentille mince est utilisée dans les « conditions de Gauss ». Préciser en quoi elles consistent. Quelle partie de l'appareil permet d'assurer que ces conditions sont remplies ?

2) Faire un schéma soigné de la situation en notant AB l'objet et $A'B'$ son image sur le capteur (A est sur l'axe et AB appartient à un plan orthogonal à l'axe). Positionner les foyers principaux et tracer au moins deux rayons lumineux issus de B pour justifier la position de l'image $A'B'$.

3) Énoncer les relations de grandissement de Newton.

4) Montrer que la taille de l'image vaut : $A'B' = \frac{hf'}{L}$. Faire l'application numérique.

5) Énoncer la relation de conjugaison de Descartes.

6) Quelle est la valeur de d lorsque l'objet est à l'infini ?

7) Montrer qu'il existe une distance limite notée L_{min} en dessous de laquelle il ne sera pas possible d'obtenir une image sur le capteur. Exprimer L_{min} en fonction de f' et d_{max} . Faire l'application numérique.

I.2 - Influence de la focale

On souhaite obtenir une image de l'arbre sur le capteur plus grande, sans changer de place (donc en gardant la même valeur pour L). On change donc l'objectif et on le remplace par un objectif de focale $f' = 100$ mm. La distance d est toujours réglable mais les valeurs d_{min} et d_{max} sont différentes des valeurs de la partie précédente.

8) Quelle est la taille de l'image de l'arbre sur le capteur ? Si on suppose que le capteur a pour dimensions : 24 mm × 36 mm, sera-t-il possible de voir l'arbre en entier sur la photo obtenue ?

9) L'objectif utilisé est appelé « téléobjectif » ou « objectif de longue focale ». Sur un site internet dédié à la photographie, on peut lire que ce genre d'objectif « rapproche les objets ». Commenter cette phrase en indiquant la part de vérité ou d'inexactitude qu'elle contient.

I.3 - Téléobjectif à deux lentilles

On souhaite maintenant réaliser un téléobjectif en utilisant deux lentilles : une lentille (\mathcal{L}_1) convergente de focale $f'_1 = 10$ cm et une lentille (\mathcal{L}_2) divergente de focale $f'_2 = -5$ cm, séparées par une distance $e = \overline{O_1O_2} = 8$ cm. La distance L entre (\mathcal{L}_1) et l'arbre n'a pas changé.

On remarque que : $f'_1 \ll L$. C'est une approximation qu'il est possible d'utiliser dans la partie I.3).

La lentille (\mathcal{L}_1) donne de l'arbre AB une image intermédiaire A_1B_1 qui joue le rôle d'objet pour la lentille (\mathcal{L}_2) qui en donne une image finale $A'B'$.

$$AB \xrightarrow{\mathcal{L}_1} A_1B_1 \xrightarrow{\mathcal{L}_2} A'B'$$

10) Exprimer la distance $\overline{O_2A_1}$ en fonction de f'_1 et e .

11) L'image $A'B'$ doit être réelle, car elle doit se former sur le capteur. En déduire que la distance e doit être située dans une plage de valeurs bien précise : $e \in [e_{min} ; e_{max}]$. Exprimer e_{min} et e_{max} en fonction de f'_1 et f'_2 . Vérifier que cette condition est bien réalisée avec les valeurs numériques données en introduction de cette partie.

12) Compléter le schéma en annexe (cf. fin d'énoncé), où l'arbre AB est considéré être à l'infini et en utilisant l'échelle 1 carreau horizontal $\leftrightarrow 1$ cm. Placer les points F'_1 , F_1 , F'_2 et F_2 , puis les images A_1B_1 puis $A'B'$.

13) Quel est l'intérêt d'utiliser une lentille divergente dans un appareil photo ?

----- Fin de la partie I -----

II - Capture d'empreintes digitales par réflexion totale

Il existe différentes technologies de capteurs d'empreinte digitale, c'est-à-dire de dispositifs permettant d'obtenir une image numérisée d'une empreinte digitale, le plus souvent à des fins d'identification. Certaines de ces technologies sont embarquées dans des smartphones. La technologie dite « capteur optique d'empreinte digitale » est très employée, elle repose sur le phénomène de réflexion totale qui est l'objet de cette étude.

Le doigt est posé à plat sur l'hypoténuse d'un prisme droit isocèle taillé dans un verre d'indice optique noté n . Il est éclairé par une diode laser de longueur d'onde λ_0 dans le vide. L'image de l'empreinte digitale à travers un système optique est formée sur un capteur CCD puis numérisée. La figure 2.2 décrit le schéma de principe de ce dispositif.



Figure 2.1 Capteur d'empreinte digitale (Wikimedia, Rachmaninoff, 2009-10-21)

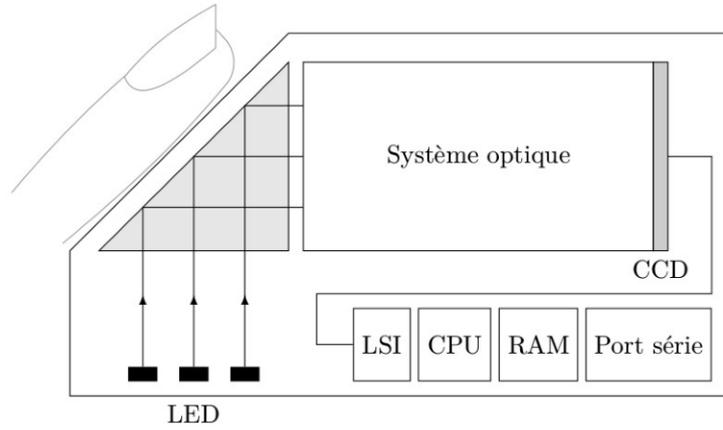


Figure 2.2 Principe d'un capteur optique d'empreinte digitale

En première approche, le système optique se résume à la traversée d'un dioptre (\mathcal{D}) et d'une lentille convergente (\mathcal{L}) (figure 23). Si A est un point objet de l'empreinte digitale, alors on note A_1 l'image de A à travers le dioptre (\mathcal{D}) et A'_1 celle de A_1 à travers la lentille (\mathcal{L}) :

$$A \xrightarrow{\mathcal{D}} A_1 \xrightarrow{\mathcal{L}} A'_1$$

On définit également les longueurs algébriques suivantes :

$$D_1 = \overline{A_1 A'_1} \quad D = \overline{A A'_1} \quad p = \overline{O A_1} \quad p' = \overline{O A'_1}$$

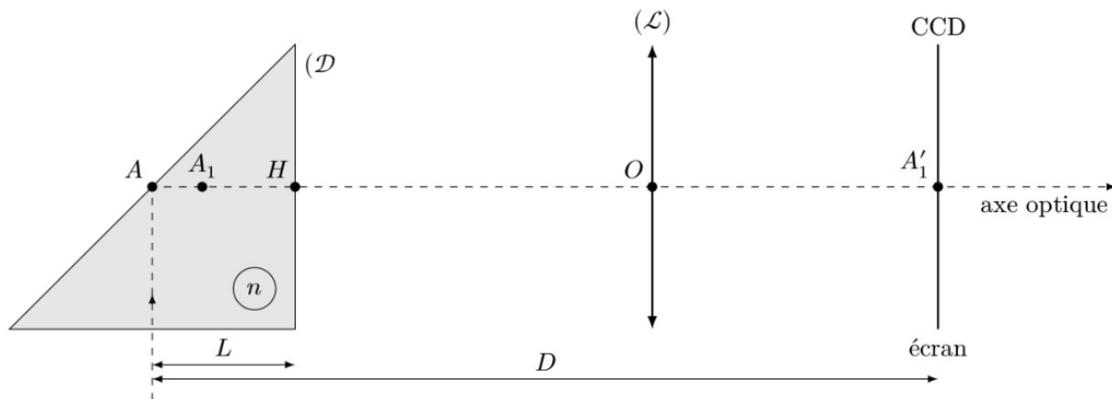


Figure 2.3 Schéma optique

II.1 - Conception du système optique

L'objectif ici est de choisir la distance focale f' de la lentille et sa position, par exemple en déterminant p' . À cet effet, on donne $n = 1,5$, $L = 3$ cm, $D = 10$ cm et on note $\gamma = \frac{p'}{p}$ le grandissement de la lentille.

14) Montrer que, dans les conditions de Gauss, la relation de conjugaison entre A et A_1 par le dioptre plan formé par la face de sortie du prisme s'écrit $\overline{H A_1} = \frac{\overline{H A}}{n}$.

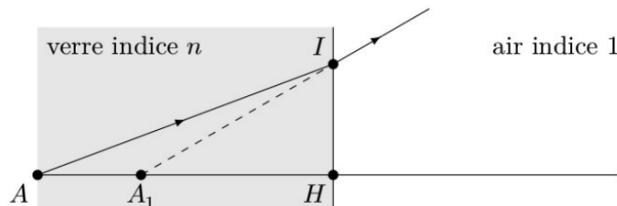


Figure 2.4

15) Exprimer p et p' en fonction de D_1 et de γ . Déterminer alors f' en fonction de D_1 et de γ .

16) On souhaite déterminer la condition portant sur la distance focale f' d'une lentille convergente si l'on veut former l'image réelle sur un écran situé à une distance D_1 d'un objet réel. En remarquant qu'il faut $\gamma < 0$ pour obtenir une

image réelle d'un objet réel, montrer que le rapport $\frac{D_1}{f'}$ est inférieurement borné. On pourra pour cela étudier les variations de la fonction $g(\gamma) = \frac{D_1}{f'}$. En déduire l'inégalité vérifiée par f' .

17) On suppose $\gamma = -2$. Exprimer puis calculer p' et f' .

18) On souhaite avoir une image la plus agrandie possible, mais sans augmenter l'encombrement du dispositif, ce qui impose de ne pas augmenter la longueur D_1 . Dans quel sens faut-il faire varier f' ? En pratique, quelle limitation rencontre-t-on ?

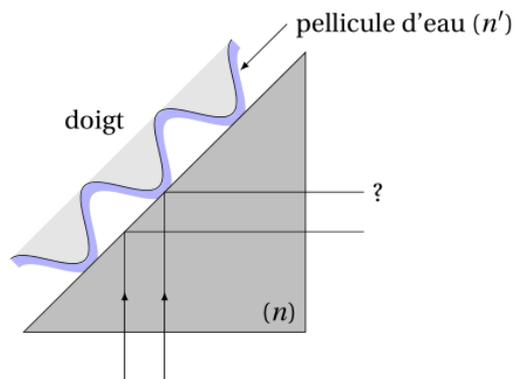
II.2 - Réflexion totale

19) Énoncer les lois de Snell-Descartes.

20) Définir la réflexion totale et en donner les conditions.

21) Étant donné la position de l'empreinte digitale, si on s'en tient strictement à l'énoncé des lois de Descartes, peut-on éclairer le doigt, afin de former son image sur le capteur CCD ? On rappelle que $n = 1,5$.

22) En réalité, le doigt est toujours entouré d'une fine pellicule d'eau (figure ci-dessous) d'indice optique $n' = 1,3$. Cette pellicule est en contact avec le dioptre au niveau des crêtes, mais pas au niveau des creux. Qu'advient-t-il à un rayon lumineux frappant le dioptre entre le prisme et la pellicule d'eau ? Expliquer alors comment l'utilisation des phénomènes de réfraction et réflexion totale permettent d'imager l'empreinte digitale.



----- Fin de la partie II -----

Annexe

Question 12 :

Échelle : 1 carreau horizontal \leftrightarrow 1 cm

